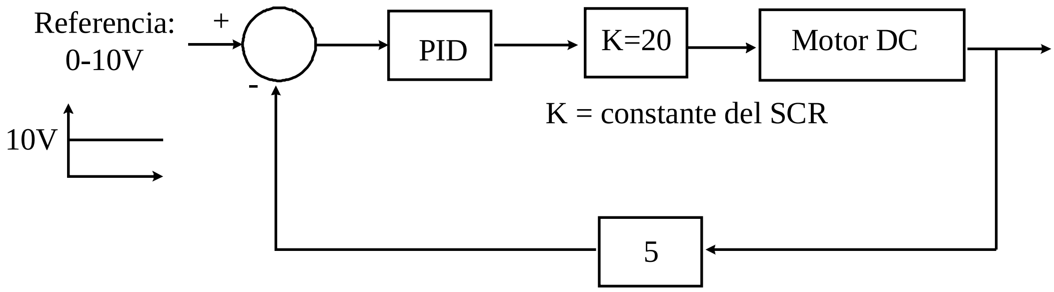
DISEÑO DEL PID



Se desea una respuesta al escalón que presente un error de estado estacionario a la señal escalón , lo mas cercano a cero, y que genere un sobreimpulso de Mp = 10% = 0.1 con un tiempo de establecimiento de 0.5 s.

$$Mp \quad e^{\;/\sqrt{1\quad ^2}}$$

$$\ln Mp \quad \frac{}{\sqrt{1\quad ^2}}$$

$$^2 \quad \frac{\ln^2 Mp}{^2 \quad \ln^2 Mp} \qquad 0.8261$$

$$Luego:$$

$$t_{ss} \quad \frac{4}{\cdot \; _n} \qquad _n \quad \frac{4}{.t_{ss}}$$

Para un tiempo de establecimiento de 0.5 segundo:

$$_n \quad 9.684Hz \qquad \text{frecuencia natural no amortiguada}$$

POLOS DESEADOS:

La respuesta del sistema a un escalón para el caso: 0 < < 1 genera raíces complejas conjugadas:

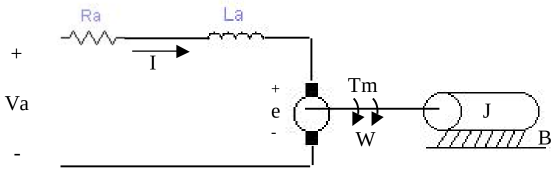
$$S_{12} \qquad _n \quad j \;_n\sqrt{1\quad ^2}$$

$$S_{12} \quad (0.8261)(9.684) \quad j9.684\sqrt{1 \quad 0.8261^2}$$

$$S_{12} \quad 8 \quad 12.56j \qquad polos\ deseados$$

La planta será el motor de CD controlado por armadura, que se muestra a continuación. En este caso la corriente de campo se mantiene constante (generalmente esto es mucho mas fácil de obtener en la practica que mantener la corriente de armadura constante)

Para este caso vamos a deducir su Función de Transferencia.



La ecuación de Kirchhoff para el circuito de armadura es:

$(L_a s \quad R_a) I_a(s) \quad E(s) \quad E_c(s)$

Donde $E_c(s)$ es la fuerza contraelectromotriz del motor:

$E_c(s) \quad K_e \quad (s)$

$$I_a(s) \quad \frac{E(s) \quad K_e \quad (s)}{L_a s \quad R_a} \qquad \text{..................................(1)}$$

En la parte mecánica de la planta se tiene:

$Js \qquad (s) \quad T(s),$

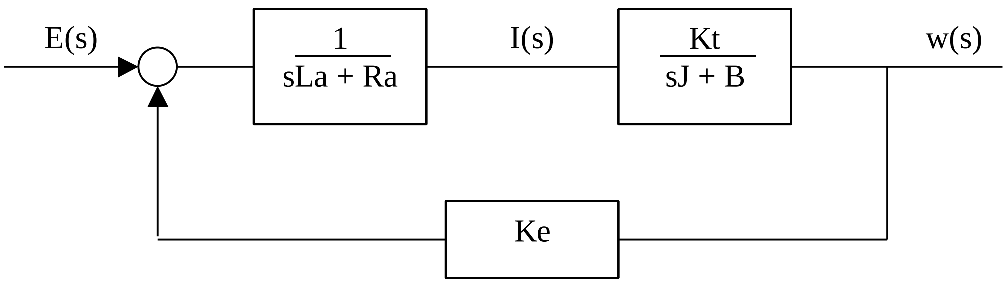
$donde:$

$T(s) \quad K_e I_a(s)$

$Luego:$

$$I_a(s) \quad \frac{Js \qquad (s)}{K_t} \qquad \text{...................................(2)}$$

Luego de las dos ecuaciones el motor será representado así:



Luego aplicando operaciones de funciones de transferencia, se llega lo

siguiente:

(1) (2)

$$\frac{(Js \qquad)\ (s)}{K_t} \quad \frac{E(s)}{L_a s \quad R_a} \quad \frac{K_e \quad (s)}{L_a s \quad R_a}$$

$$(s)\ \frac{(Js \qquad)}{K_t} \quad \frac{K_e}{L_a s \quad R_a} \quad \frac{E(s)}{L_a s \quad R_a}$$

$$\frac{(s)}{E(s)} \quad \frac{K_t}{JL_a s^2 \qquad L_a s \quad JR_a(s) \quad R_a \qquad K_e K_t} \quad \frac{K_t / JL_a}{s^2 \quad (\frac{}{J} \quad \frac{R_a}{L_a})s \quad \frac{R_a}{JL_a} \quad \frac{K_t K_e}{JL_a}}$$

Luego si reemplazamos los parámetros del motor:

Kt = Ke = 0.8995 Ra = 60.938 La = 1.129 H

J = 0.000689 B = 0.000817

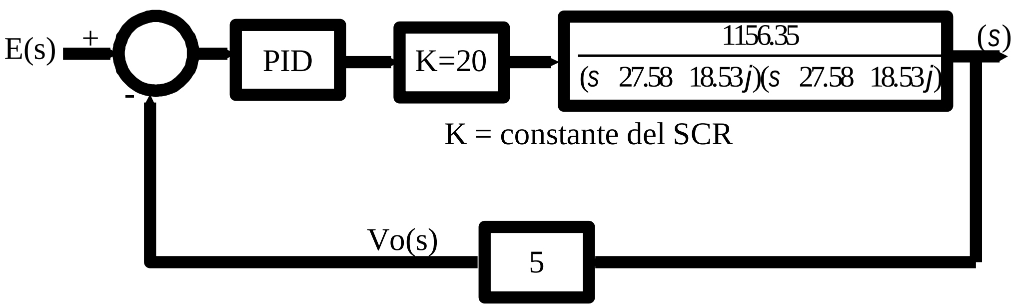
Se llega a lo siguiente:

=> P_{12} = -27.58 ?Ñ18.53j Polos del Motor

La Función de Transferencia del Motor queda expresada de la siguiente manera :

$$\frac{(s)}{E(s)} \quad \frac{1156.35}{(s \quad 27.58 \quad 18.53j)(s \quad 27.58 \quad 18.53j)}$$

El diagrama completo será :



DISEÑO DEL PID

El PID tendrá la siguiente forma :

$$Kp + Kds + \frac{Ki}{s}$$

Ordenando :

$$PID = K\frac{(s + a)(s + b)}{s}$$

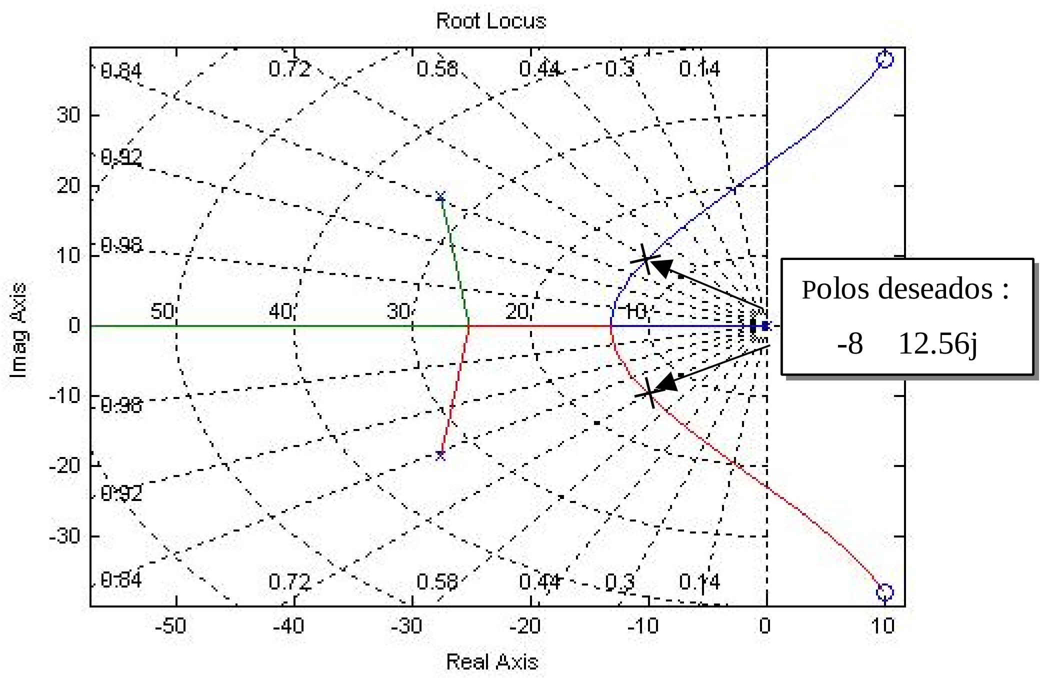
donde : $a = -A + Bi$

$b = -A - Bi$

Para utilizar el método del lugar geométrico, usaremos valores aproximados de A y B, de esta manera se tendrá una muestra del probable paso del lugar geométrico por los polos.

Haciendo la simulación en Matlab

```
% FT del motor DC
num1 = 115635;
a = [1 27.58-18.53*j];
b = [1 27.58+18.53*j];
den1 = conv(a,b);
% Parametros del PID
k = 0.08654;
a1 = [1 -10-38*j];
b1 = [1 -10+38*j];
num2 = k*conv(a1,b1);
den2 = [1 0];
% Raices
Num = conv(num1,num2);
Den = conv(den1,den2);
figure(1)
rlocus(Num,Den)
grid
```



Luego de analizar la grafica del lugar geométrico para diferentes valores de A y B, encontramos los siguientes valores, que se acercan mas:

A = 10
B = 38
Además, para la constante k se llegó a un valor aproximado de:

K=0.08654

El PID es de la siguiente forma:

$$PID = \frac{K(s + a)(s + b)}{s}$$

Donde: a = -A –jB = -10 – j38

b = -A + jB = -10 + j38

=>

$$PID = \frac{K(s^2 + 2As + A^2 + B^2)}{s}$$

Reemplazando:

$$PID = \frac{0.08654(s^2 + 20s + 10^2 + 38^2)}{s}$$

$$PID = 1.7308 + 0.08654s + \frac{133.61}{s}$$

Después, por simple inspección, se obtienen los valores:

Kp = 1.7308 Kd = 0.08654 Ki = 133.61

Ahora que ya tenemos los valores del PID y la función de transferencia del motor, hacemos la simulación del sistema completo, en Matlab:

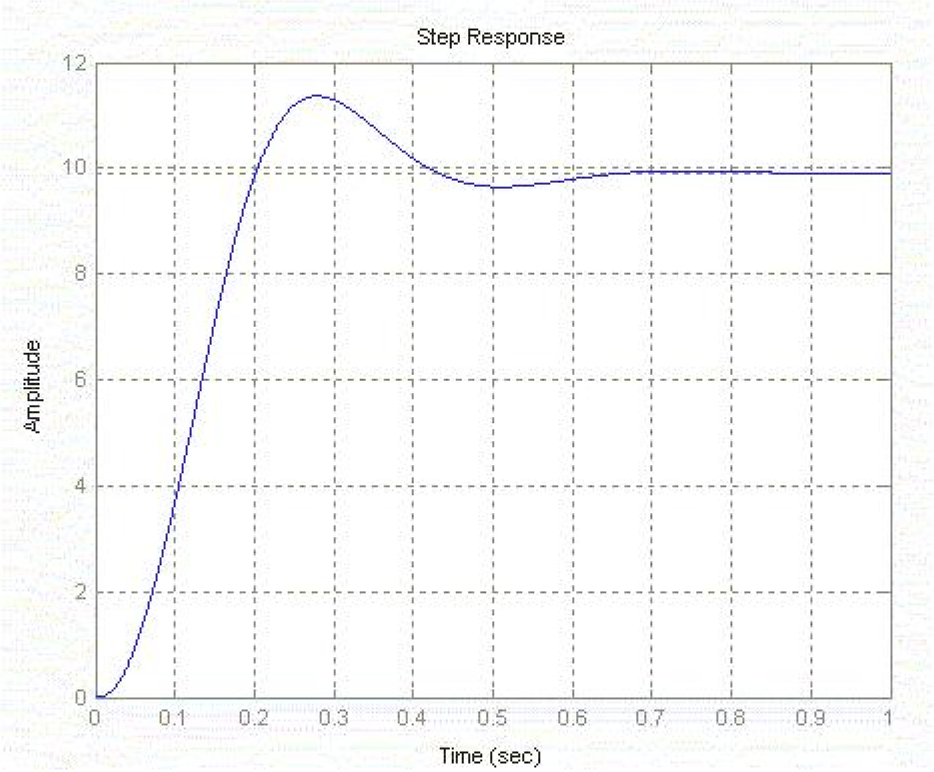
PROGRAMA DEL SISTEMA EN MATLAB

```
% Parametros del motor
Kt = 0.8995      ;          Ke = 0.8995      ;
La = 1.129             ;    Ra = 60.938  ;
J = 0.000689     ;          B = 0.000817 ;
% FT del motor
n1 = Kt/J*La;
numM = n1;
d1 = (Ra/La)+(B/J);
d2 = ((Ra*B)+(Kt*Ke))/J*La;
denM = [1 d1 d2];
% Para las constantes del sistema K y Ks
K = 20;
Ks = 5;
% Se tiene lo siguiente:
numMT = K*Ks*numM;
denMT = denM;
% Para el diseño del PID se tiene:
Kp = 1.7308;
Kd = 0.08654;
Ki = 133.61;
numPID = [Kd Kp Ki];
denPID = [1 d1+Kd d2+Kp Ki];
% Hallando la FT del PID y del Motor
numSM = conv(numPID,numMT);
denSM = conv(denPID,denMT);

%El sistema final

[numF,denF]=feedback(numSM,denSM,1,1);

% Aplicando una señal Escalon en la Entrada
t=0:0.0001:1;
step(10*numF,denF,t)
grid
```


Step Response
Amplitude
Time (sec)
12
10
8
6
4
2
0
0
0.1
0.2
0.3
0.4
0.5
0.6
0.7
0.8
0.9
1